

I Pression des pneus _____ ★ | [●○○]

1 - La transformation est la suivante :

$$\text{État initial} \left\{ \begin{array}{l} p_1 = 3,2 \text{ bar} \\ V_1 \\ T_1 = -5^\circ\text{C} = 268 \text{ K} \\ n_1 \end{array} \right. \longrightarrow \text{État final} \left\{ \begin{array}{l} p_2 = ? \\ V_1 \\ T_2 = 30^\circ\text{C} = 303 \text{ K} \\ n_1 \end{array} \right.$$

On a bien $n_2 = n_1$ car le pneu n'a pas de fuites.

Écrivons la relation des gaz parfaits dans l'état 1 : $p_1 V_1 = n_1 R T_1$.

Et dans l'état 2 : $p_2 V_1 = n_1 R T_2$.

On fait le rapport des deux : $\frac{p_1 V_1}{p_2 V_1} = \frac{n_1 R T_1}{n_1 R T_2}$, d'où $p_2 = p_1 \times \frac{T_2}{T_1} = 3,6 \text{ bar}$.

Un manomètre indique la pression relative, donc $p'_2 = 2,6 \text{ bar}$. C'est significativement différent de la préconisation constructeur. Il faut de toute façon vérifier ses pneus régulièrement !

II Compression d'un gaz _____ [●○○]

Piston à l'équilibre, donc somme des forces nulles : $-m_p g - p_0 S + p S - kb = 0$, d'où

$$p = p_0 + \frac{m g}{S} + \frac{k b}{S}.$$

III Pompe à vélo _____ [●○○]

1 - Soupape (a) : laisse passer l'air de l'extérieur vers A.

Soupape (b) : laisse passer l'air de A vers B.

2 - Exprimons la quantité de matière n_p contenue dans le corps A de la pompe : il s'agit d'un volume V_p à p_0 et T_0 , d'où

$$n_p = \frac{p_0 V_p}{R T_0} = 8,8 \times 10^{-3} \text{ mol}.$$

Écrivons maintenant la transformation subie par le système {gaz dans la chambre à air} :

$$\text{État initial} \left\{ \begin{array}{l} p_0 \\ V_0 \\ T_0 \\ n_0 \end{array} \right. \longrightarrow \text{État final} \left\{ \begin{array}{l} p_1 = ? \\ V_0 \\ T_0 \\ n_0 + n_p \end{array} \right.$$

$$\text{On a donc } p_1 = \frac{(n_0 + n_p) R T_0}{V_0} = \underbrace{\frac{n_0 R T_0}{V_0}}_{=p_0} + \frac{n_p R T_0}{V_0}.$$

On remplace n_p par son expression trouvée ci-dessus, et on obtient :

$$p_1 = p_0 + \frac{p_0 V_p}{V_0} = 1,04 \text{ bar}.$$

3 - La transformation entre le tout début et le coup k :

$$\text{État initial} \begin{cases} p_k \\ V_0 \\ T_0 \\ n_0 \end{cases} \longrightarrow \text{État final} \begin{cases} p_{k+1} \\ V_0 \\ T_0 \\ n_0 + k \times n_p \end{cases}$$

C'est donc similaire à précédemment : $p_k = \frac{(n_0 + kn_p)RT_0}{V_0} = \frac{n_0RT_0}{V_0} + \frac{kn_pRT_0}{V_0} = p_0 + k \frac{p_0V_p}{V_0}$.

On a donc :

$$p_k = k \times \frac{p_0V_p}{V_0} + p_0.$$

On souhaite avoir $p_f = 5 \text{ bar}$, soit donc $p_f = k \times \frac{p_0V_p}{V_0} + p_0$, d'où

$$k = \frac{(p_f - p_0)V_0}{p_0V_p} = 100 \text{ coups de pompe.}$$

IV Enceinte double

1 - Loi des gaz parfaits : $n = P_0Sh_0/RT_0$.

2 - Piston horizontal et coulissant sans frottement : à l'équilibre, $P_1 = P_2$. Ainsi d'après la loi des gaz parfaits

$$P_1 = \frac{nRT}{S(h_0 + x)} = \frac{P_0h_0T}{T_0(h_0 + x)} \quad \text{et} \quad P_2 = \frac{nRT_0}{S(h_0 - x)} = \frac{P_0h_0}{h_0 - x}$$

donc

$$\frac{T}{h_0 + x} = \frac{T_0}{h_0 - x} \quad \text{d'où} \quad x = \frac{T - T_0}{T + T_0} h_0.$$

3 - Équilibre mécanique du piston

$$P_1S\vec{u}_z - P_2S\vec{u}_z - \sigma Sg\vec{u}_z = \vec{0} \quad \text{d'où} \quad P_1 = P_2 + \sigma g$$

Et ainsi en réexploitant les mêmes expressions que précédemment

$$\frac{P_0h_0}{h_0 + z} = \frac{P_0h_0}{h_0 - z} + \sigma g$$

ce qui conduit à une équation polynomiale du second degré

$$\sigma z^2 - 2P_0h_0z - \sigma gh_0^2 = 0$$

dont les solutions sont

$$z = h_0 \frac{P_0 \pm \sqrt{P_0^2 + \sigma^2 g^2}}{\sigma g}$$

Seule la solution $z < 0$ est physiquement acceptable.

V Atmosphère d'un astéroïde



Résolution de problème

- Relation entre vitesse de libération v_l et E_p : $\frac{1}{2}mv_l^2 = \frac{Gm_a m}{r_a}$.

- Si $v > v_l$, la molécule échappe à l'astéroïde.

Notons u la vitesse quadratique moyenne des molécules de l'atmosphère de l'astéroïde. Les molécules vont en moyenne rester si $u < v_l$.

C'est équivalent à $\frac{1}{2}mu^2 < \frac{1}{2}mv_l^2$, donc à $\frac{3}{2}k_B T < \frac{Gm_a m}{r_a}$.

On utilise $m = M/N_A$ (M masse molaire, prenons par exemple 32 g/mol pour du dioxygène), $R = N_A k_B$, et on trouve que c'est équivalent à $T < \frac{2Gm_a M}{3Rr_a} = 0,1 \text{ K}$.

La température est supérieure, donc trop élevée : les molécules vont trop vite et s'échappent.

Remarque : Ce phénomène d'échappement thermique est aussi à l'œuvre dans des planètes naines ou des satellites comme la Lune, mais de façon moins tranchée car seule une fraction des molécules ont une vitesse suffisamment élevée pour s'échapper, et ceci se produit dans la haute atmosphère.