

TP 10 : chute de moules

Matériel : des moules, votre smartphone, un ordinateur pour traiter la vidéo. Pour la classe : une balance.

L'objectif de ce TP est d'étudier une loi de frottement fluide. Un objet en mouvement dans un fluide (air, eau...) subit une force de frottement, qui peut s'écrire de deux façons selon que la vitesse v de l'objet est petite ou grande (avec y un axe opposé à $\vec{v}$) :

$$\vec{F} = -k_1 v \vec{e}_y \quad \text{ou} \quad \vec{F} = -k_2 v^2 \vec{e}_y. \quad (1)$$

Ces deux expressions sont des modèles limite, assez simple. La notion de "vitesse petite ou grande" n'est pas précise. Nous allons donc tester, par l'expérience, si une de ces deux expressions convient.

I Mise en équation et expérience

I.1 La loi à tester

Prenons un axe y descendant, $y = 0$ et $t = 0$ repèrent le lâché sans vitesse initiale du moule. On note $v = \dot{y}$ et $a = \dot{y}$. Le moule est soumis à la pesanteur et aux frottements de l'air :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + \vec{F}. \quad (2)$$

On s'intéresse à la phase du mouvement où la vitesse devient constante. On note alors v_{lim} la valeur de cette vitesse limite.

1 - Établir l'expression de v_{lim} dans le cas des frottements proportionnels à v , en fonction de m , g et k_1 .

Faire de même dans le cas des frottements proportionnels à v^2 , en fonction de m , g et k_2 .

I.2 Les expériences

L'expérience consiste à faire chuter de petits moules à gâteau en papier, à filmer la chute et à l'analyser pour en extraire la trajectoire. La caméra utilisée est celle de votre smartphone. La vidéo est rapatriée sur l'ordinateur (par envoi d'un mail) et analysée avec Tracker, Aviméca, Latispro ou tout autre logiciel de suivi de trajectoire.

2 - Réaliser le protocole ci-dessus pour la chute d'un moule.

Attention : lâcher le moule d'une hauteur de 2,2 m environ ; se mettre également à au moins 2 m du plan de la chute pour minimiser l'erreur de parallaxe.

Analyser la vidéo pour tracer la trajectoire, tracer $v(t)$, et en déduire la valeur de v_{lim} .

Estimer la demi-étendue d'incertitude $\Delta(v_{\text{lim}})$ (telle qu'on est quasi certain que v_{lim} est dans l'intervalle $[v_{\text{lim}} - \Delta(v_{\text{lim}}), v_{\text{lim}} + \Delta(v_{\text{lim}})]$).

Une seule mesure ne permet pas de tester la loi de frottement. Nous allons donc recommencer, mais en empilant plusieurs moules. Si on note m_1 la masse d'un seul moule, la masse de N moules est alors $m = Nm_1$.

3 - Recommencer le protocole. Mesurer v_{lim} pour $N = 3$ moules, puis pour $N = 5$ moules. Les groupes en avance le feront aussi pour $N = 2$ et $N = 4$ moules.

I.3 Exploitation et comparaison

4 - À l'aide du script présent sous Capytale (code 129b-8019840), réaliser le tracé de v_{lim} en fonction de N , et de v_{lim}^2 en fonction de N .

Conclure : quel modèle est approprié ?

En déduire la valeur du coefficient k_1 (si vous avez retenu le modèle 1) ou k_2 (si modèle 2 retenu).

Dans le cas des frottements proportionnels à v^2 , le coefficient k_2 s'écrit $k_2 = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} C S$, avec $\rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg/m}^3$ la masse volumique de l'air, S la section du moule (calculée à partir du rayon le plus grand), et C le coefficient de traînée.

Ce coefficient de traînée C dépend de l'aérodynamisme de l'objet, et est une caractéristique importante.

5 - En déduire la valeur de C pour vos moules.

Comparer à la valeur obtenue dans d'autres études de chute de moules : $C \approx 0,70$.

II Résolution numérique de l'équation du mouvement

On travaille encore avec le script Capytale numéro 129b-8019840.

6 - Compléter le script pour pouvoir résoudre l'équation du mouvement

$$m \frac{dv}{dt} = mg - k_2 v^2$$

à l'aide de la méthode d'Euler.

7 - La solution théorique (ici obtenue avec la méthode d'Euler) est-elle en accord avec les données expérimentales ?