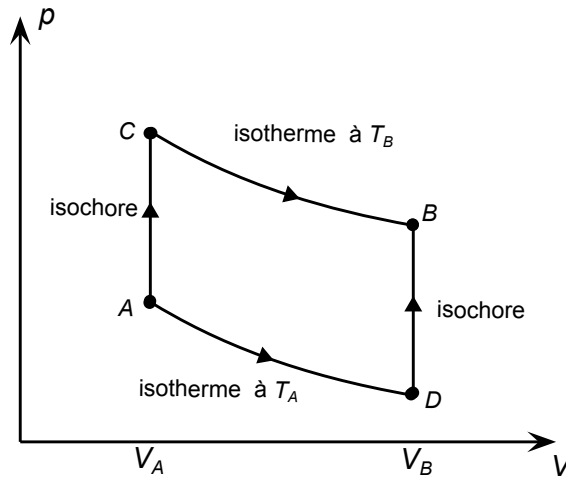


I Chapitre 3 – D'un état A à un état B par deux chemins différents

1 - $W < 0$ (détente, V augmente).



2 - $W_1 = - \int p dV = W_{CB} = -nRT \int dV/V = -nRT_B \ln(V_B/V_A) = -4 \text{ kJ}$.

$Q_1 = \Delta U_{AC} - W_{CB}$ car $W_{AC} = 0$ et $\Delta U_{CB} = 0$,

donc $Q_1 = (nR/(\gamma - 1))(T_B - T_A) + nRT_B \ln(V_B/V_A) = 5,25 \text{ kJ}$.

$\Delta U_1 = W_1 + Q_1 = 1,2 \text{ kJ}$ (remarque : $500/0,4=200$)

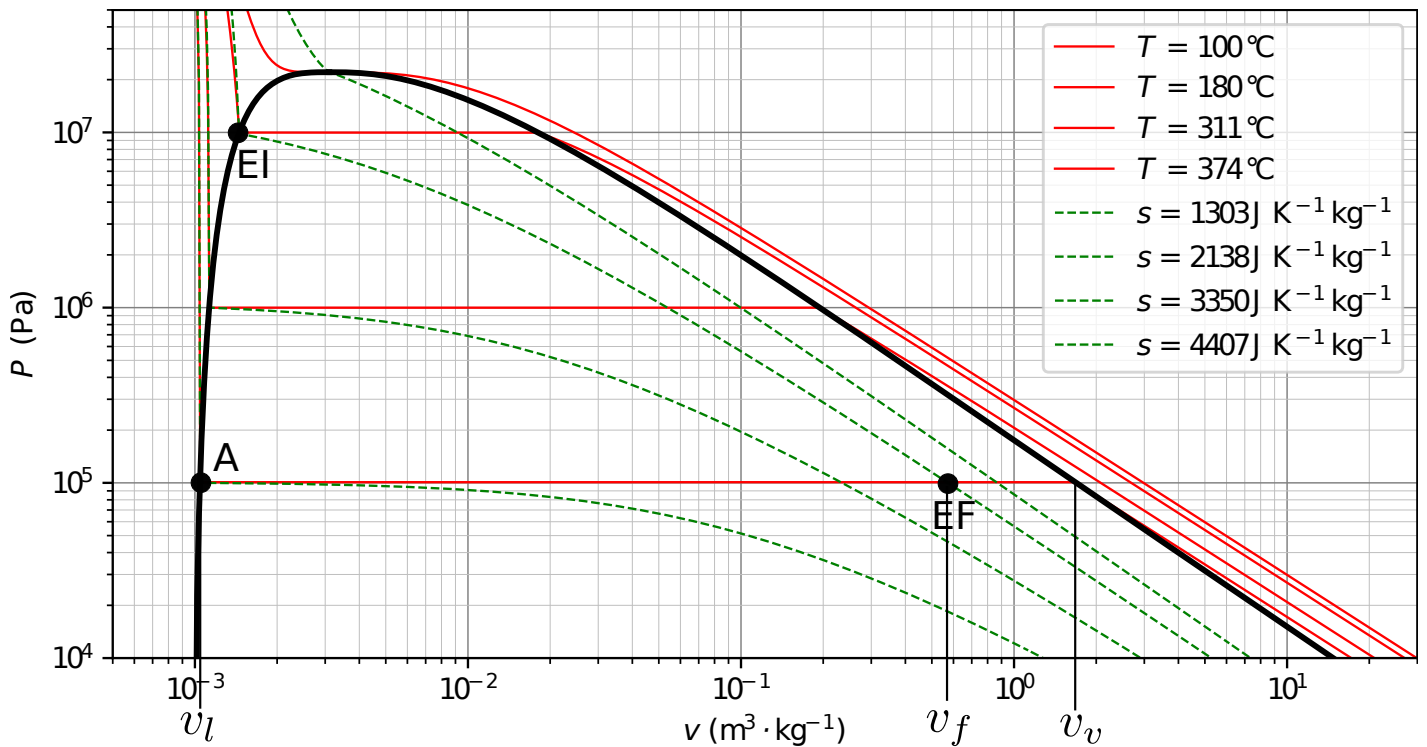
3 - $W_2 = - \int p dV = W_{AD} = -nRT \int dV/V = -nRT_A \ln(V_B/V_A) = -3 \text{ kJ}$.

$Q_1 = -W_{AD} + \Delta U_{DB}$ car $\Delta U_{AD} = 0$ et $W_{DB} = 0$ donc $Q_2 = (nR/(\gamma - 1))(T_B - T_A) + nRT_A \ln(V_B/V_A) = 4,25 \text{ kJ}$.

$\Delta U_2 = W_2 + Q_2 = 1,2 \text{ kJ}$

4 - ΔU ne dépend pas de l'évolution car U grandeur d'état. L'évolution 1 permet de récupérer un travail plus important.

II Chapitre 4 – Vaporisation adiabatique réversible (diagramme p-v) [●●●]



1 - Cf schéma. On suit une évolution à $s = \text{cst}$ car l'évolution est adiabatique et réversible par hypothèse. On lit $T_f = 100^\circ\text{C}$.

2 - On lit sur le diagramme : $v_f \approx 0,58 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. On en déduit le volume final : $V_f = mv_f = 0,57 \text{ m}^3$.

Le titre x_v s'obtient à l'aide de la règle des moments. On lit sur le graphique que, pour 10^5 Pa et 100°C , les volumes massiques des liquide et vapeur saturants sont $v_l \approx 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et $v_v \approx 1,7 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

Via la relation $v_f = x_v v_v + (1 - x_v)v_l$, on en déduit

$$x_v = \frac{v_f - v_l}{v_v - v_l} \approx 0,335.$$

3 - Chemin fictif EI→A→EF : la masse m d'eau est d'abord refroidie de 311°C et 10 bar à 100°C et 1 bar , puis s'évapore en partie de façon isobare et isotherme à 100°C et 1 bar (fraction évaporée x_v). D'où

$$\Delta H = m(h_l(100^\circ\text{C}) - h_l(311^\circ\text{C})) + x_v m \Delta h_{\text{vap}}(100^\circ\text{C}) = -223 \text{ kJ}.$$

(Avec $x_v = 0,34$ on trouve -212 kJ .)

4 - $\Delta H = \Delta U + \Delta(pV) = W + p_f V_f - p_1 V_1$, donc $-W = p_f V_f - p_1 V_1 - \Delta H = 265 \text{ kJ}$. C'est une détente, on récupère du travail.

III Chapitre 5 – Moteur Diesel à double combustion

1 - a - ★ La loi de Laplace s'applique pour une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait. Elle indique, au choix : $pV^\gamma = \text{cst}$, $TV^{\gamma-1} = \text{cst}$, ou $p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cst}$.

★ La transformation $1 \rightarrow 2$ est une adiabatique réversible d'un gaz parfait. D'après la loi de Laplace en température et volume, $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$, on a :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad \text{soit} \quad T_2 = \beta^{\gamma-1} T_m = 9,10 \times 10^2 \text{ K}. \quad (1)$$

★ On obtient également la pression p_2 à l'aide de $p_2 V_2^\gamma = p_1 V_1^\gamma$, d'où

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \quad \text{soit} \quad p_2 = \beta^\gamma p_m = 52,8 \text{ bar}. \quad (2)$$

b - La transformation 2 → 3 est isochore, or $pV = nRT$ indique aussi que $p/T = nR/V$, avec ici n et V constants. On a donc :

$$\frac{p_3}{T_3} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \text{d'où} \quad \boxed{T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = T_2 \frac{p_M}{p_2} = 1,03 \times 10^3 \text{ K}} \quad (3)$$

c - La transformation 3 → 4 est isobare.

On a $pV = nRT$, donc $V/T = nR/p$, et comme n et p sont constant, il vient que V/T est constant :

$$\frac{V_4}{T_4} = \frac{V_3}{T_3} \quad \text{d'où} \quad \boxed{V_4 = V_3 \frac{T_4}{T_3} = V_m \frac{T_M}{T_3}} \quad (4)$$

d - La transformation 4 → 5 est adiabatique réversible pour un gaz parfait, donc la loi de Laplace s'applique :

$$T_5 V_5^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \quad \text{d'où} \quad T_5 V_M^{\gamma-1} = T_M V_4^{\gamma-1} \quad \text{d'où} \quad T_5 = \left(\frac{V_4}{V_M} \right)^{\gamma-1} T_M. \quad (5)$$

On utilise l'expression précédente pour V_4 , d'où :

$$T_5 = \left(\frac{V_m T_M}{V_M T_3} \right)^{\gamma-1} T_M, \quad \text{soit} \quad \boxed{T_5 = \left(\frac{1}{\beta} \frac{T_M}{T_3} \right)^{\gamma-1} T_M = 8,83 \times 10^2 \text{ K}} \quad (6)$$

2 - a - ★ Pour un système fermé entre deux états d'équilibre, on a $\Delta U = W + Q$, avec W et Q le travail et le transfert thermique reçu par le système.

★ Dans le cas d'une évolution isobare, ceci peut s'écrire $\Delta H = W' + Q$, avec W' le travail reçu autre que celui des forces de pression.

b - Transformation 2 → 3, premier principe au système fermé {air} :

$$\Delta U_{\text{1er ppe}} = W_{2 \rightarrow 3} + Q_{2 \rightarrow 3} \underset{\text{isochore}}{=} 0 + Q_{2 \rightarrow 3} \quad (7)$$

Or pour un gaz parfait : $\Delta U = C_V \Delta T_{2 \rightarrow 3} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_3 - T_2)$. D'où

$$\frac{nR}{\gamma-1} (T_3 - T_2) = Q_{2 \rightarrow 3} \quad \text{et} \quad q_{2 \rightarrow 3} = \frac{Q_{2 \rightarrow 3}}{m} = \frac{nR}{m(\gamma-1)} (T_3 - T_2), \quad (8)$$

soit avec $M = m/n$:

$$\boxed{q_{2 \rightarrow 3} = \frac{R}{M(\gamma-1)} (T_3 - T_2)} \quad (9)$$

c - Transformation 3 → 4, premier principe au système fermé {air}, version isobare :

$$\Delta H_{\text{1er ppe}} = W'_{3 \rightarrow 4} + Q_{3 \rightarrow 4} = 0 + Q_{3 \rightarrow 4} \quad (10)$$

car il n'y a pas d'autres travaux que les forces de pression (donc $W' = 0$).

Or pour un gaz parfait : $\Delta H = C_p \Delta T_{3 \rightarrow 4} = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} (T_4 - T_3)$. D'où

$$\frac{nR\gamma}{\gamma-1} (T_4 - T_3) = Q_{3 \rightarrow 4} \quad \text{et} \quad q_{3 \rightarrow 4} = \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{m} = \frac{nR\gamma}{m(\gamma-1)} (T_4 - T_3), \quad (11)$$

soit avec $M = m/n$:

$$\boxed{q_{3 \rightarrow 4} = \frac{R\gamma}{M(\gamma-1)} (T_4 - T_3)} \quad (12)$$

d - On en déduit $q_c = \frac{R}{M(\gamma-1)} [(T_3 - T_2) + \gamma(T_4 - T_3)] = 1,14 \times 10^3 \text{ kJ kg}^{-1}$.

3 - Comme $5 \rightarrow 1$ est une isochore d'un gaz parfait, on a

$$\Delta U_{5 \rightarrow 1} \underset{\text{1er ppe}}{=} 0 + Q_{5 \rightarrow 1} \quad \text{et} \quad \Delta U_{5 \rightarrow 1} \underset{\text{GP}}{=} \frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_5) \quad (13)$$

d'où par le même raisonnement que précédemment

$$q_f = \frac{R}{M(\gamma - 1)} (T_1 - T_5) = -4,21 \times 10^2 \text{ kJ kg}^{-1}. \quad (14)$$

4 - D'après le premier principe appliqué au système fermé {air} sur l'ensemble du cycle,

$$Q_f + Q_c + W_{\text{cycle}} = 0 \quad \text{donc en divisant par } m : \quad w_{\text{cycle}} = -q_f - q_c = -7,2 \times 10^2 \text{ kJ kg}^{-1}. \quad (15)$$

Ce travail est négatif, ce qui est normal car il s'agit d'un moteur : il ne reçoit pas un travail, il en fournit un au milieu extérieur, donc $w_{\text{reçu}} < 0$.

5 - Le rendement du moteur est défini par $\eta = \frac{\text{utile}}{\text{couteux}}$, avec la grandeur couteuse qui est la chaleur reçue lors de la combustion (q_c), et la grandeur utile qui est le travail fournit au cours du cycle ($-w_{\text{cycle}}$, signe moins pour avoir une grandeur positive). D'où :

$$\eta = \left| \frac{w}{q_c} \right| = -\frac{w}{q_c} = 63 \%. \quad (16)$$

C'est une valeur élevée, mais qui a été obtenue avec une modélisation très idéalisée des transformations. En pratique, l'ordre de grandeur du rendement d'un moteur diesel de voiture est plutôt de 30 %.