

I Partie I – Présence d'un champ magnétique planétaire

I.C – La présence d'un champ magnétique

I.C.1 – Généralités

Remarque : Le schéma de la figure 5 est complètement disproportionné.

18 - Le fer étant liquide, le mode dominant de transfert thermique est convectif.

19 - Il s'agit d'une solidification, et l'enthalpie massique de solidification est négative, ce qui en fait une transformation exothermique. On parle également de chaleur latente de solidification.

20 - Vénus possède un noyau liquide. Mais les gradients thermiques y sont peut-être trop faibles, ou encore la rotation de la planète trop lente, pour pouvoir entretenir le processus de dynamo. (Question un peu vague, cette question est en fait encore un sujet de recherche...)

I.C.2 – Mesure de la composante horizontale locale du champ magnétique terrestre

21 - ★ On se place en coordonnées cylindriques dont l'axe z est le long du fil.

★ Symétries : On place un point M arbitrairement.

Le plan qui contient l'axe Oz et le point M coupe le fil exactement en deux, c'est donc un plan de symétrie de la distribution de courants.

Or le champ magnétique est orthogonal aux plans de symétrie.

On en déduit que $\vec{B}(M) = B_\theta(r, \theta, z)\vec{e}_\theta$.

★ Invariances : La distribution de courants est invariante par translation selon l'axe z , donc B_θ ne dépend pas de z .

Elle est également invariante par rotation autour de l'axe z (d'angle θ), donc B_θ ne dépend pas de θ .

★ Finalement, on a $\vec{B} = B_\theta(r)\vec{e}_\theta$.

22 - ★ Faire un schéma.

★ On considère un point M situé à une distance r de l'axe.

★ Le contour d'Ampère choisi est un cercle \mathcal{C} dont le centre est sur l'axe Oz , de rayon r et passant par M . On l'oriente tel que \vec{dl} soit selon \vec{e}_θ , c'est-à-dire tel que la normale au disque soit selon $+\vec{e}_z$.

★ Le théorème d'Ampère annonce que $\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$.

On a ici $I_{\text{enlacé}} = +I$.

Et

$$\begin{aligned}
 \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \oint_C B_\theta(r) \vec{e}_\theta \cdot d\vec{l} \\
 &= \oint_C B_\theta(r) dl \\
 &= B_\theta(r) \oint_C dl \\
 &= B_\theta(r) \times 2\pi r.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

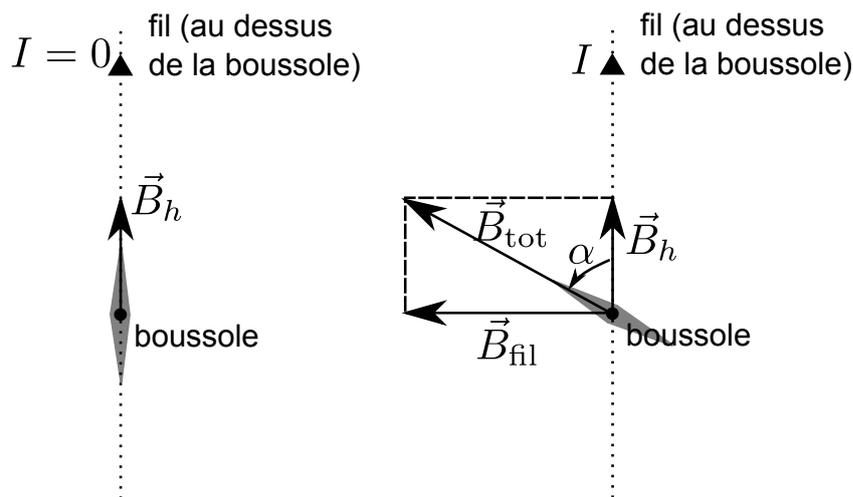
On a donc finalement $B_\theta(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$, et $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$.

23 - On trouve $\|\vec{B}\| = 10^{-5} \text{ T}$.

24 - L'ordre de grandeur du champ magnétique terrestre, à la surface de la Terre, est de $0.5 \times 10^{-4} \text{ T}$, soit 0.05 mT . Le teslamètre n'est donc pas assez précis.

25 - La photographie du dispositif n'est pas forcément très claire, et il faut comprendre que l'axe de rotation de la boussole est orthogonal au fil et passe par le fil si on le prolonge.

On va placer le dispositif de sorte à ce que, à courant nul, l'aiguille et le fil pointent vers le nord magnétique. On est alors comme sur le schéma ci-dessous à gauche (rappelons qu'une boussole s'aligne avec la direction du champ magnétique ambiant).



On impose ensuite un certain courant $I > 0$ dans le fil. Le champ magnétique créé étant selon \vec{e}_θ , et le fil étant juste au dessus de la boussole, le champ magnétique créé par le fil au niveau de la boussole sera alors comme sur la figure ci-dessus à droite.

Le champ total est la somme du champ terrestre et du champ produit par le fil (principe de superposition). Il fait donc un angle α avec la direction précédente de la boussole, que l'on peut mesurer.

Or, cet angle α est donné par $\tan \alpha = \frac{\|\vec{B}_{\text{fil}}\|}{\|\vec{B}_h\|}$. On connaît $\|\vec{B}_{\text{fil}}\|$ pour un courant donné et une distance au fil donnée d'après la question 22.

On en déduit donc $\|\vec{B}_h\| = \|\vec{B}_{\text{fil}}\| / \tan \alpha$.

26 - On attend un schéma avec l'alimentation, l'ampèremètre, le fil et la boussole.

27 - Il faut mesurer l'angle α , la distance r entre le fil et le centre de la boussole, et le courant I qui parcourt le fil.

28 - Il n'y a pas d'indication d'échelle sur la photographie du dispositif. Supposons donc que la boussole soit à $r = 2 \text{ cm}$ du fil (lorsqu'elle lui est parallèle).

Il faut choisir l'intensité I pour que l'angle α soit suffisamment grand pour être mesurable, mais pas trop grand car sinon le champ magnétique créé par le fil n'est pas du tout uniforme sur l'ensemble de la boussole. Disons donc que l'on veut $\alpha = 10^\circ$ (soit 0.17 rad).

Comme on sait que $\|\vec{B}_h\| \simeq 5 \times 10^{-5} \text{ T}$, il faut que $\|\vec{B}_{\text{fil}}\| \simeq 10^{-5} \text{ T}$. D'après la question 23, il faut donc un courant de l'ordre de 1 A .

II – Solar Impulse 2, une structure en matériaux composites

II.A

II.A – La structure présente d'importants espaces vides. La densité est donc faible.

II.B – Comparaison des densités

II.B.1 – L'aluminium possède 13 électrons. On a donc la structure électronique : $\boxed{1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1}$.

Les électrons de la couche $n = 3$ sont les électrons de valence (il y en a donc 3). Les autres sont ceux de cœur.

II.B.2 – L'aluminium est situé dans la troisième ligne car sa couche $n = 3$ est partiellement remplie.

Il est situé dans la $10+3 =$ treizième colonne car il possède trois électrons de valence (les 10 correspondent aux 10 colonnes de la couche d, voir une classification périodique).

II.B.3 – Les ingénieurs recherchent des matériaux de faible densité. D'où ces choix. (Il faut cependant aussi que les matériaux possèdent une certaine résistance, qui n'est pas chiffrée ici : la discussion n'a donc pas beaucoup d'intérêt.)

II.B.4 – La masse de matériau composite est de $20\% \times 22500 \text{ kg} = 4500 \text{ kg}$. Soit un volume de matériau composite de $V = \frac{4500 \text{ kg}}{1.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} = 2.5 \text{ m}^3$.

Si ce volume était un alliage d'aluminium-cuivre, sa masse serait de $2.5 \text{ m}^3 \times 2.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = 6.8 \times 10^3 \text{ kg}$.

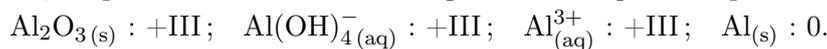
En remplaçant ces matériaux composites par un alliage, la masse augmenterait donc de $6800 - 4500 = 2300 \text{ kg}$.

Ceci représente environ 10% de la masse initiale, et est donc significatif. D'où l'intérêt.

II.C – Étude des dégradations par corrosion

II.C.1 – a -

★ On utilise le fait que le nombre d'oxydation de l'oxygène est $-II$ et celui de l'hydrogène $+I$, et que la somme des n.o. est égale à la charge de l'espèce chimique. Donc :



★ On attribue le domaine D à $\text{Al}_{(\text{s})}$ car il est le seul à avoir un n.o. strictement inférieur à tous les autres.

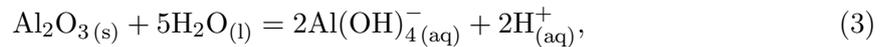
Pour le n.o. $+III$, les frontières verticales séparent des couples acide/base avec l'acide à gauche (pH le plus faible) et la base à droite.

Il faut donc voir qui est l'acide entre $\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}$ et $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$: on a la réaction



du type $\text{AH} = \text{A}^- + \text{H}^+$ avec AH l'acide, donc le couple acide/base est $\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}/\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$.

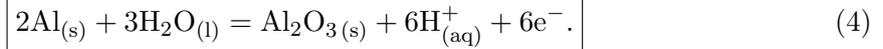
De même entre $\text{Al}(\text{OH})_4^-(\text{aq})$ et $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$: on a la réaction



donc le couple acide/base est $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})/\text{Al}(\text{OH})_4^-(\text{aq})$.

On a donc forcément domaine A = $\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}$; domaine B = $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$; domaine C = $\text{Al}(\text{OH})_4^-(\text{aq})$.

b - Il s'agit de la frontière du couple oxydant/réducteur $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})/\text{Al}(\text{s})$. On écrit la demi-équation :



Puis on écrit l'équation de Nernst associée :

$$E = E_{\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})/\text{Al}(\text{s})}^0 + \frac{0.06}{6} \log [\text{H}^+]^6 = E_{\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})/\text{Al}(\text{s})}^0 - 0.06 \text{ pH} \quad (\text{V}). \quad (5)$$

La pente est donc de -0.06 V/u.pH .

c - On étudie maintenant la frontière entre l'oxydant $\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}$ et le réducteur $\text{Al}(\text{s})$. La demi-équation est



et la formule de Nernst donne :

$$E = E_{\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}/\text{Al}(\text{s})}^0 + \frac{0.06}{3} \log [\text{Al}^{3+}] = E_{\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}/\text{Al}(\text{s})}^0 + \frac{0.06}{3} \log c_{\text{tracé}} \quad (\text{V}). \quad (7)$$

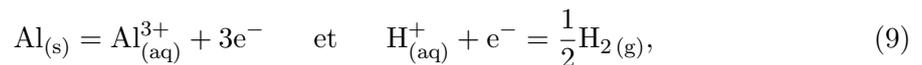
On en déduit

$$E_{\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}/\text{Al}(\text{s})}^0 = E - 0.02 \log c_{\text{tracé}} = -1.67 \text{ V}. \quad (8)$$

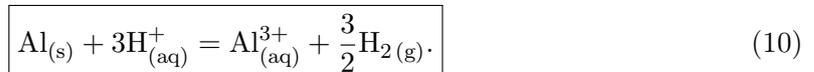
(on lit $E = -1.71 \text{ V}$ à la frontière sur le graphique)

II.C.2 – **a** - Cas de la plaque B : On la décape, il n'y a donc rien de spécial à sa surface, que de l'aluminium $\text{Al}(\text{s})$.

Une fois trempée dans la solution à $\text{pH} = 1$, l'eau $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ attaque l'aluminium $\text{Al}(\text{s})$ ($\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ et $\text{Al}(\text{s})$ ont des domaines disjoints à bas pH). Les demi-équations impliquées sont :



et l'équation de la réaction est :



Le gaz dégagé est du dihydrogène.

b - Cas de la plaque A : lors du trempage dans l'eau aérée à pH neutre, l'aluminium $\text{Al}(\text{s})$ est attaqué par le dioxygène $\text{O}_2(\text{aq})$. Ceci se voit sur le diagramme E-pH car les domaines de ces deux espèces chimiques sont disjoints. L'aluminium $\text{Al}(\text{s})$ est alors oxydé en $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$, qui va former une couche solide protectrice à la surface de la plaque (c'est un solide, il n'est donc pas soluble dans l'eau).

Ceci explique le peu de réaction lorsqu'on trempe ensuite la plaque dans la solution d'acide.

c - On peut, car l'aluminium sera oxydé en $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$, qui formera en surface une fine couche protectrice. Il s'agit de passivation.

(Remarque : encore faut-il que la couche d'oxyde soit imperméable; c'est bien le cas pour $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$.)

III – Fonctionnement et technologie de l'accéléromètre

III.A – Étude mécanique du capteur

III.A.1 – a - * On note l_1 l'allongement du ressort 1. On a $\vec{T}_1 = -k(l_1 - l_0)\vec{e}_x$ (signe moins car si $l_1 > l_0$ alors le ressort est étiré et la force doit être dirigée vers la gauche).

Il faut déterminer $(l_1 - l_0)$. Lorsque $x_C = x_B$ le ressort est à l'équilibre : on note $l_{\text{éq}}$ sa longueur. Lorsque $x_C \neq x_B$, on a $l_1 = l_{\text{éq}} + x_C - x_B$.

Donc $\vec{T}_1 = -k(l_{\text{éq}} + x_C - x_B - l_0)\vec{e}_x$.

* Pour le second ressort, on note l_2 son allongement. On a cette fois $l_2 = l_{\text{éq}} - (x_C - x_B)$.

Et on a d'autre part $\vec{T}_2 = +k(l_2 - l_0)\vec{e}_x$ (signe + car lorsque $l_2 > l_0$ le ressort est étiré et il faut que la force résultante soit vers la droite).

Donc $\vec{T}_2 = +k(l_{\text{éq}} - (x_C - x_B) - l_0)\vec{e}_x$.

* Finalement on a $\boxed{\vec{T} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = -2kX\vec{e}_x}$.

b - Référentiel terrestre supposé galiléen, système {masse mobile de masse m et repérée par x_C }. On écrit le principe fondamental de la dynamique en prenant en compte toutes les forces listées dans l'énoncé :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{F}_f. \quad (11)$$

On projette sur \vec{e}_x : $m \frac{dv_x}{dt} = -2kX - 2f(\dot{x}_C - \dot{x}_B)$.

Or $X = x_C - x_B$, donc $\dot{X} = \dot{x}_C - \dot{x}_B$.

Et $v_x = \dot{x}_C$, donc $v_x = \dot{X} + \dot{x}_B$ et $\frac{dv_x}{dt} = \ddot{X} + \ddot{x}_B = \ddot{X} + a$.

Donc finalement :

$$m\ddot{X} + ma = -2kX - 2f\dot{X}, \quad \text{soit} \quad \boxed{\ddot{X} + \frac{2f}{m}\dot{X} + \frac{2k}{m}X = -a}, \quad (12)$$

ce qui donne la forme de l'énoncé à condition de poser $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ et $Q = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{km}{2}}$.

c - ω_0 est une pulsation (radian par seconde). En régime libre, en l'absence d'amortissement (si $f = 0$), il s'agit de la pulsation à laquelle le système oscille librement. On l'appelle pulsation propre du système.

Q est le facteur de qualité (sans dimension). Plus il est grand, moins les frottements sont importants. Ainsi en régime libre plus Q est grand et plus le système oscillera longtemps librement avant de s'arrêter (Q donne d'ailleurs l'ordre de grandeur du nombre d'oscillations).

III.A.2 – a - On est en régime sinusoïdal forcé, donc on cherche $\boxed{X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)}$.

b - On utilise les grandeurs complexes : $\underline{X} = \underline{X}_m \exp(j\omega t)$ et $\underline{a} = \underline{a}_m \exp(j\omega t)$.

L'équation du mouvement devient :

$$(j\omega)^2 \underline{X}_m + (j\omega) \frac{\omega_0}{Q} \underline{X}_m + \omega_0^2 \underline{X}_m = -\underline{a}_m. \quad (13)$$

Donc :

$$\boxed{\frac{\underline{X}_m}{\underline{a}_m} = \frac{-1}{j \frac{\omega\omega_0}{Q} + \omega_0^2 - \omega^2}}. \quad (14)$$

c - * Lorsque $\omega \rightarrow 0$, on a $\frac{\omega_0^2 \underline{X}_m}{\underline{a}_m} \sim -1$.

* Lorsque $\omega \rightarrow +\infty$, on a $\frac{\omega_0^2 \underline{X}_m}{\underline{a}_m} \sim \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$.

★ Selon la valeur de Q , il y aura une résonance ou non vers $\omega = \omega_0$.

★ Pour $\omega \ll \omega_0$, on s'attend donc à avoir $\frac{\omega_0^2 \underline{X}_m}{a_m} \simeq -1$.

On a alors $\underline{X}_m = -\frac{a_m}{\omega_0^2} = -\frac{m}{2k} a_m$, soit en notations réelles (on prend la partie réelle de cette égalité) :

$$\boxed{X(t) = -\frac{m}{2k} a(t)}. \quad (15)$$

d - D'après l'équation 14, on a

$$\frac{\omega_0^2 \underline{X}_m}{a_m} = \frac{-1}{j \frac{x}{Q} + 1 - x^2} \quad (16)$$

Puis il faut prendre le module :

$$\boxed{\left| \frac{\omega_0^2 \underline{X}_m}{a_m} \right| = \frac{1}{\frac{x^2}{Q^2} + (1 - x^2)^2}}. \quad (17)$$

e - Il faut étudier quand l'expression précédente est maximale. C'est le cas lorsque le dénominateur est minimal. On dérive donc la fonction $g(x) = \frac{x^2}{Q^2} + (1 - x^2)^2$, et on résout $g'(x) = 0$ pour trouver le minimum (on admettra que c'est bien un minimum, on peut calculer la dérivée seconde et montrer qu'elle est positive si l'on n'est pas convaincu). Après calculs, on trouve qu'il est atteint en $x_r = \sqrt{\frac{1}{2Q^2} + 1}$.

Ceci correspond à $f_r = \omega_r/(2\pi) = \omega_0 x_r/(2\pi)$, soit $\boxed{f_r = \frac{\omega_0}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2Q^2} + 1}}$.

Pour $Q = 5$, ceci est très proche de $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ (on trouve $f_r = 1.01 f_0$).

f - On a $X(t) = -\frac{m}{2k} g = -\frac{g}{\omega_0^2} = -\frac{g}{(2\pi)^2 f_0^2}$.

On trouve $\boxed{X = 8 \text{ nm}}$. On peut dire en commentaire que cela est très peu, et qu'il faut un moyen de détection du déplacement très précis.

III.B – Étude de la détection par une méthode électrostatique

III.B.1 – a - On s'intéresse à l'électrode fixe, qui est modélisée comme un plan infini uniformément chargé, de normale \vec{e}_x . Le plan est donc selon les axes y et z .

Il faut faire un schéma.

On utilise les coordonnées cartésiennes.

★ Symétries : On considère un point M au dessus du plan. Tous les plans contenant M et le vecteur \vec{e}_x sont plans de symétrie de la distribution de charges. Or $\vec{E}_1(M)$ est contenu dans ces plans. Donc $\boxed{\vec{E}_1(M) = E_x(M)\vec{e}_x}$.

★ Invariances : La distribution de charges est invariante par translation selon l'axe y et l'axe z . $E_x(M)$ ne dépend donc pas de y ni de z .

★ On a donc $\boxed{\vec{E}_1(M) = E_x(x)\vec{e}_x}$.

b - On considère un point M et son symétrique M' par rapport au plan chargé.

Comme ce plan est un plan de symétrie de la distribution de charges, on sait que le champ électrique est symétrique par rapport à ce plan.

On a donc $\vec{E}_1(M')$ qui est le symétrique de $\vec{E}_1(M)$ par rapport au plan. Ici ceci ce traduit en $\boxed{\vec{E}_1(M') = -\vec{E}_1(M)}$.

c - Ici aussi faire un schéma.

On considère un point M de coordonnées (x, y, z) , avec $x > 0$. On considère son symétrique M' de coordonnées $(-x, y, z)$.

★ La surface de Gauss considérée est un cylindre d'axe \vec{e}_x , dont une face contient le point M et la face opposée le point M' . On note S la surface de sa base.

Le flux de \vec{E} à travers la surface du cylindre est $\Phi = \oiint \vec{E} \cdot \vec{dS} = SE_x(x) - SE_x(-x)$ car sur le tour du cylindre $\vec{E} \cdot \vec{dS} = 0$ et car sur les faces supérieures et inférieures \vec{E} est constant. Or $E_x(-x) = -E_x(x)$. Donc $\Phi = 2SE_x(x)$.

★ La charge intérieure est égale à $Q_{\text{int}} = \sigma \times S$.

★ Le théorème de Gauss indique que $2SE_x(x) = \sigma \times S / \epsilon_0$, donc on a $E_x(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$, soit

$$\boxed{\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x} \text{ (valable pour } x > 0\text{)}. \text{ De l'autre coté du plan } (x < 0)\text{, on a } \boxed{\vec{E}_1(M) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x}.$$

d - ★ Dans l'espace inter-armature, le champ créé par l'armature fixe est $\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x$, et celui créé par l'armature mobile est $\vec{E}_2(M) = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x$.

D'après le principe de superposition le champ électrique total $\vec{E}(M)$ est la somme de ces deux champs : $\boxed{\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x}$.

★ La charge Q portée par l'électrode fixe est $Q = \sigma S$.

Notons B un point sur l'électrode fixe, et A un point sur celle mobile. La différence de potentiel U entre les deux électrodes est $U = (\text{potentiel de l'électrode fixe}) - (\text{potentiel de l'électrode mobile}) = V(B) - V(A)$, soit $U = -\int_A^B \vec{E}(M) \cdot \vec{dl} = \int_B^A \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x \cdot dl \vec{e}_x = (e + X) \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.

En multipliant par S en haut et en bas on a $\boxed{U = \frac{(e + X)Q}{S\epsilon_0}}$.

e - On a la relation $U = \frac{Q}{C}$, donc on en déduit $C = \frac{Q}{U} = \frac{S\epsilon_0}{e + X}$.

Pour $X = 0$ cette relation devient $C_0 = \frac{S\epsilon_0}{e}$.

Finalement, on peut écrire $\boxed{C = C_0 \frac{e}{e + X}}$.

f - L'armature fixe produit, au niveau de l'armature mobile, un champ $\vec{E}_1(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x$.

Ce champ étant uniforme, et la charge sur l'armature mobile étant également uniforme (égale en tout à $-\sigma S$), la force exercée par l'armature fixe sur l'armature mobile est

$$\vec{F} = -\sigma S \times \vec{E}_1(M) = -\sigma S \times \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_x.$$

Si l'on reprend l'expression de l'énoncé et que l'on remplace U et C_0 par les expressions trouvées précédemment, on obtient bien la même chose.

On a donc bien $\boxed{\vec{F} = -\frac{1}{2} C_0 U^2 \frac{e}{(e + X)^2} \vec{e}_x}$.

g - On trouve $\boxed{F = 5 \times 10^{-8} \text{ N}}$.

h - Cette force correspond à une accélération de $F/m \sim 50 \text{ m/s}^2 \sim 5g$. Il sera donc difficile de mesurer des accélérations du boîtier de l'ordre de $1g$.

III.B.2 – a - Il faut comprendre que l'électrode fixe de gauche porte une charge surfacique $+\sigma$, l'électrode fixe de droite une charge $-\sigma$, et l'électrode mobile une charge $-\sigma$ sur sa face de gauche et $+\sigma$ sur sa face de droite. L'électrode mobile est donc attirée par chacune des électrodes fixes.

La résultante des forces est

$$\vec{F} = -\frac{1}{2}C_0 \left(V_a - \frac{-V_a X}{e} \right)^2 \frac{e}{(e+X)^2} \vec{e}_x + \frac{1}{2}C_0 \left(\frac{-V_a X}{e} - (-V_a) \right)^2 \frac{e}{(e-X)^2} \vec{e}_x = \vec{0}. \quad (18)$$

La résultante est nulle.

- b - La force électrostatique perturbatrice présente dans le dispositif à une électrode fixe est donc absente. Ceci permet des mesures non perturbées et plus précises de l'accélération.

III.D – Le silicium, utilisé dans la fabrication des accéléromètres

III.D.1 – a - ★ D'après la relation de Van't Hoff : $\frac{d \ln K_1^0}{dT} = \frac{\Delta_r H_1^0}{RT^2}$.

Sur les graphiques on voit que $\frac{d \ln K_1^0}{dT} > 0$. On a donc $\boxed{\Delta_r H_1^0 > 0}$. La réaction est endothermique.

★ On intègre la relation de Van't Hoff : $\ln K_1^0(T) = -\frac{\Delta_r H_1^0}{RT} + \text{constante}$.

On utilise alors le graphique qui donne $y = \ln K_1^0$ en fonction de $x = 1/T$, puisqu'on vient de montrer qu'on doit avoir $y = ax + b$ avec $a = -\Delta_r H_1^0/R$.

Sur ce graphique il est indiqué que $a = -125042 \text{ mK}$, soit -125.043 K .

On a donc $\Delta_r H_1^0 = R \times 125.043 \text{ K} \simeq 10 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \times 125.043 \text{ K}$,

soit $\boxed{\Delta_r H_1^0 = 1.3 \text{ kJ/mol}}$.

- b - Le principe de Le Châtelier indique que si la température augmente (à pression constante), alors l'équilibre est déplacé dans le sens endothermique. Ici le sens endothermique est le sens direct. L'équilibre est donc déplacé dans le sens direct.

On en déduit que l'industriel a intérêt à travailler à haute température.

III.D.2 – a - On lit dans les données que seul Si change d'état à 1730 K pour devenir liquide. Donc on a l'équation (1') :



- b - ★ À l'équilibre on a la relation $K_{1'}^0 = Q_r$.

On a ici $Q_r = \left(\frac{p_{\text{CO}}}{p^0} \right)^4$.

On en déduit qu'à l'équilibre, $\boxed{p_{\text{CO}} = p^0 (K_{1'}^0)^{1/4} = 1.39 \times 10^6 \text{ bar}}$.

★ Cherchons la quantité de matière n_{CO} à l'équilibre.

On utilise la loi des gaz parfaits : $\boxed{n_{\text{CO}} = p_{\text{CO}} V / (RT)}$. Attention à écrire la pression en pascal.

On trouve alors $\boxed{n_{\text{CO}} = 7.7 \times 10^4 \text{ mol}}$.

On peut d'ores et déjà dire que c'est impossible, étant donné qu'on a initialement introduit seulement $n = 32/64 = 0.5 \text{ mol}$ de $\text{CaC}_{2(s)}$.

On rend cet argument plus précis dans la suite :

★ Il faut ensuite faire un tableau d'avancement pour en déduire l'avancement à l'équilibre $\xi_{\text{éq}}$:

	$2 \text{CaC}_{2(s)}$	$+ 3 \text{SiO}_{2(s)}$	$= 2 \text{CaO}_{(s)}$	$+ 4 \text{CO}_{(g)}$	$+ 3 \text{Si}_{(l)}$
E.I.	n_{10}	n_{20}	0	0	0
ξ	$n_{10} - 2\xi$	$n_{20} - 3\xi$	2ξ	4ξ	3ξ
E.F.	$n_{10} - 2\xi_f$	$n_{20} - 3\xi_f$	$2\xi_f$	$4\xi_f$	$3\xi_f$

On a supposé que l'état final est un état d'équilibre, donc $\xi_f = \xi_{\text{éq}}$.

On a donc à l'équilibre $n_{\text{CO}} = 4\xi_{\text{éq}}$, soit $\xi_{\text{éq}} = n_{\text{CO}}/4 = 1.93 \times 10^4 \text{ mol}$.

★ Pour comparer avec la quantité de matière introduite pour les réactifs, il faut calculer celle-ci.

Concernant $\text{CaC}_2(\text{s})$, on a initialement $n_{10} = \frac{m_{\text{CaC}_2}}{M_{\text{CaC}_2}}$. On trouve $M_{\text{CaC}_2} = 64 \text{ g/mol}$. On a donc $n_{10} = 0.5 \text{ mol}$.

Concernant $\text{SiO}_2(\text{s})$, on a initialement $n_{20} = \frac{m_{\text{SiO}_2}}{M_{\text{SiO}_2}}$. On trouve $M_{\text{SiO}_2} = 60 \text{ g/mol}$. On a donc $n_{20} = 0.3 \text{ mol}$.

★ Calculons la quantité de $\text{SiO}_2(\text{s})$ dans l'état final : $n_{2f} = n_{20} - 3\xi_{\text{éq}} = 0.3 \text{ mol} - 3 \times 1.9 \times 10^4 \text{ mol} < 0$.

Ceci signifie qu'il y a rupture d'équilibre : l'état final n'est pas un état d'équilibre, car un des réactifs solides est totalement consommé.

c - Il y a rupture d'équilibre. La réaction est donc totale, et $\xi_f = \xi_{\text{max}}$.

★ Il faut d'abord voir qui est le réactif limitant.

Si c'est $\text{CaC}_2(\text{s})$, alors on a $n_{10} - 2\xi_{\text{max}} = 0$, soit $\xi_{\text{max}} = n_{10}/2 = 0.25 \text{ mol}$.

Si c'est $\text{SiO}_2(\text{s})$, alors on a $n_{20} - 3\xi_{\text{max}} = 0$, soit $\xi_{\text{max}} = n_{20}/3 = 0.1 \text{ mol}$.

Le réactif limitant est donc $\text{SiO}_2(\text{s})$, et on a $\xi_{\text{max}} = 0.1 \text{ mol}$.

★ Le tableau d'avancement permet d'en déduire la composition dans l'état final :

$$n_{\text{SiO}_2} = 0,$$

$$n_{\text{CaC}_2} = n_{10} - 2\xi_{\text{max}} = 0.3 \text{ mol},$$

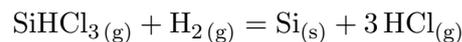
$$n_{\text{CO}} = 4\xi_{\text{max}} = 0.4 \text{ mol},$$

$$n_{\text{Si}} = 3\xi_{\text{max}} = 0.3 \text{ mol},$$

$$n_{\text{CaO}} = 2\xi_{\text{max}} = 0.2 \text{ mol},$$

★ On calcule enfin la pression. Le monoxyde de carbone est le seul gaz présent. On a $p_{\text{CO}} = n_{\text{CO}}RT/V \simeq 7.2 \text{ bar}$.

III.D.3 – a -



b - Zéro et zéro, car ces composés physico-chimiques sont dans l'état standard de référence de l'élément correspondant.

c - On utilise la loi de Hess et le tableau de données :

$$\Delta_r H_2^0 = 3 \Delta_f H^0(\text{HCl}(\text{g})) + \Delta_f H^0(\text{Si}(\text{s})) - \Delta_f H^0(\text{H}_2(\text{g})) - \Delta_f H^0(\text{SiHCl}_3(\text{g})) = 212 \text{ kJ/mol}.$$

d - On utilise la loi de Le Châtelier pour la pression : une diminution de la pression déplace l'équilibre dans le sens qui augmente la quantité de matière de gaz. Pour cette équation de réaction, il s'agit du sens direct.

L'équilibre est donc déplacé dans le sens direct suite à une baisse de pression. C'est pourquoi la réaction est réalisée sous 0.1 bar plutôt que sous 1 bar.