Partie II : Thermodynamique et mécanique des fluides
Chapitre 4

DM 7 – Transformations infinitésimales : gaz chauffé par une résistance

On considère une enceinte calorifugée fermée par un piston. La pression extérieure est notée p_0.
L'enceinte contient un gaz, modélisé par le modèle du gaz parfait. On note C_v la capacité thermique à volume constant du gaz, et C_p celle à pression constante. On rappelle la relation de Mayer pour un gaz parfait : $C_p - C_v = n\mathcal{R}$, avec $\mathcal{R}$ la constante des gaz parfaits.
Initialement, le volume de l'enceinte est V_0, la température et la pression du gaz T_0 et p_0.
Il y a dans l'enceinte une résistance, alimentée depuis l'extérieur par un générateur de courant idéal, de courant I constant. La valeur de la résistance dépend de la température selon la loi $R(T) = R_0\dfrac{T}{T_0}$.
On néglige la capacité thermique de la résistance et de l'enceinte.

1. Donner l'expression de la puissance électrique reçue par la résistance en fonction de $R(T)$ et du courant I.

   Donner alors l'expression du travail électrique $\delta W_{\text{élec}}$ reçu par la résistance pendant un temps $\mathrm{d}t$.

Cas 1 : volume constant

Dans un premier temps, on considère que le piston reste bloqué. Le volume de l'enceinte est donc constant.

2. Établir une équation différentielle portant sur la température $T(t)$. On précisera bien le système sur lequel on raisonne. On introduira le paramètre $\tau = \dfrac{C_v T_0}{R_0 I^2}$, et on précisera son unité.
3. Déterminer l'évolution de la température du gaz au cours du temps.

La suite est facultative. Il est toutefois recommandé d'essayer le cas 2.

Cas 2 : pression constante

On recommence, mais cette fois on laisse le piston libre de glisser, et on néglige tout frottement. On suppose que le chauffage est suffisamment lent pour que le piston soit à l'équilibre mécanique à tout instant.

4. Rappeler l'énoncé du premier principe formulé avec l'enthalpie, et ses conditions d'application.
5. Établir une équation différentielle portant sur la température $T(t)$.
   On introduira le paramètre $\tau = \dfrac{C_p T_0}{R_0 I^2}$.
6. Déterminer l'évolution de la température du gaz au cours du temps.
7. En déduire l'expression de l'évolution du volume au cours du temps.

Retour au cas 1 et calcul de l'entropie créée

On se place à nouveau dans le cas 1 (piston bloqué donc volume constant).

8. En considérant le système {gaz + résistance + enceinte} entre les instants t et $t+\mathrm{d}t$, montrer que l'entropie créée s'écrit $\delta S_c = C_v\dfrac{\mathrm{d}T}{T}$.
   On donne pour cela la variation d'entropie d'un gaz parfait :
   $$\mathrm{d}S = C_v\frac{\mathrm{d}T}{T} + nR\frac{\mathrm{d}V}{V}. \tag{1}$$
9. Montrer alors qu'on a la relation $T\delta S_c = \delta W_{\text{élec}}$.

Remarque : Le dispositif étudié dégrade de l'énergie électrique en énergie thermique. Cette dégradation est équivalente à de la création d'entropie, et le travail dégradé ou dissipé est donné par la température multipliée par l'entropie créée : $\delta W_{\text{élec}} = T\delta S_c$. C'est une relation assez générale, qui montre l'équivalence entre création d'entropie et travail dégradé.