

Unités et homogénéité

IV Exercices pour s'entraîner

IV.1 Déterminer la dimension ou l'unité d'une expression dans le système international

- Volume : $V = L^3$ donc $[V] = \text{m}^3$.
- Surface : $S = L^2$ donc $[S] = \text{m}^2$.
- Masse volumique : $\rho = m/V$ donc $[\rho] = [m]/[V] = \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- Accélération $a = \frac{dv}{dt}$ donc $[a] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Force $F = ma$ donc $[F] = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

IV.2 Vérifier si une formule est homogène

1 - La vitesse v est $v = 1 + \exp(-t/\tau)$.

$[v] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $[1] = 1$, donc ce n'est pas homogène.

Exemple qui serait homogène : $v = v_0(1 + \exp(-t/\tau))$.

2 - La surface S est $S = \pi(R + r^2)$.

$[R] = \text{m}$ et $[r^2] = \text{m}^2$ donc écrire $R + r^2$ est non homogène.

Exemple qui serait homogène : $S = \pi(R^2 + r^2)$, ou $S = \pi(Rr + r^2)$, etc.

3 - La distance est $d = l_0(1 + \cos(\omega t))$.

C'est bien homogène : $[d] = \text{m}$, et à gauche toute la parenthèse est sans unité, multipliée par la longueur l_0 donc on a bien aussi des mètres. De plus, ce qu'il y a dans le cosinus est bien sans unité, car $[\omega t] = \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \times \text{s} = \text{rad}$ (et le radian est sans unité).

4 - L'altitude est $z = \frac{1}{2}gt^2 + \frac{t}{v_0}$.

$[z] = \text{m}$.

$[gt^2] = \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \times \text{s}^2 = \text{m}$, c'est bon.

$[\frac{t}{v_0}] = \frac{\text{s}}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^2$: ce n'est pas homogène.

Un exemple qui serait homogène est $z = \frac{1}{2}gt^2 + t \times v_0$.