

I Mesures astronomiques et incertitudes

Certaines des distances astronomiques étaient connues assez précisément des philosophes de la Grèce Antique. Par exemple le rayon de la Terre, celui de la Lune, ou encore la distance Terre-Lune étaient connus avec 2% d'écart par rapport aux valeurs actuelles.

1 - Par exemple Aristarque mesure, vers -200 , une distance Terre-Lune $TL = 376\,000$ km. On sait aujourd'hui que l'incertitude sur cette mesure est de l'ordre de 2%.

En déduire ΔTL , puis écrire le résultat sous la forme $TL = \dots \pm \dots$ en respectant les conventions d'écriture.

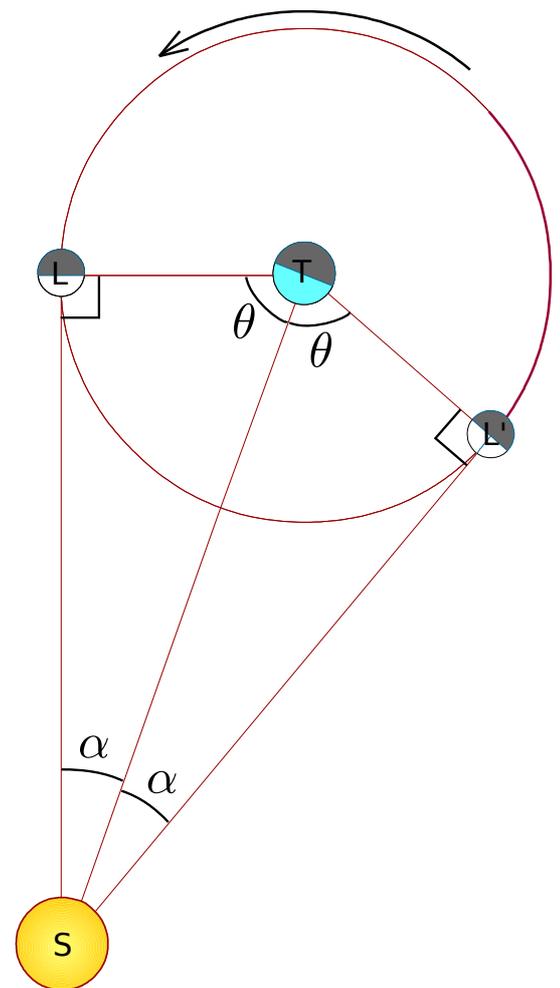
En revanche, la distance Terre-Soleil était connue bien moins précisément. Voyons pourquoi. Une construction géométrique, associée à l'observation des quartiers de la Lune, peut permettre d'exprimer la distance Terre-Soleil TS en fonction de la distance Terre-Lune TL (connue à 2% près), et de θ , la moitié de l'angle entre le premier et le dernier quartier de la Lune (cf schéma).

Cet angle θ peut être mesuré en comptant le nombre de jours nécessaires à passer du premier au dernier quartier. Vers -200 , Aristarque de Samos a mesuré $\theta = 87^\circ$.

2 - Par un raisonnement géométrique, établir l'expression de TS en fonction de TL et de θ .

3 - En déduire la valeur du rapport de la distance Terre-Soleil sur la distance Terre-Lune obtenue par Aristarque.

Les incertitudes n'étaient pas prises en compte à l'époque, et Aristarque ne donne donc aucune idée de la précision de sa mesure. Il se trouve que la mesure de son angle θ est précise à 3% près.



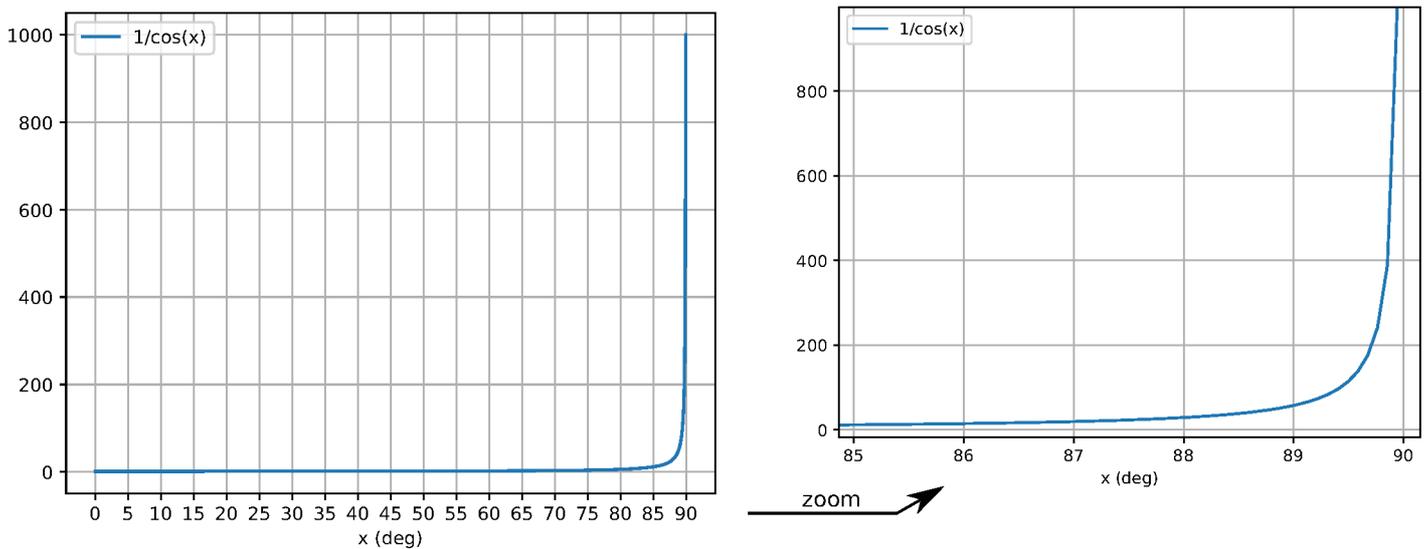
4 - Donner la valeur de l'incertitude $\Delta\theta$ sur cet angle.

Écrire le résultat de la mesure sous la forme $\theta = \dots \pm \dots$ en respectant les conventions d'écriture.

5 - On donne ci-dessous le graphe de la fonction $f(x) = 1/\cos x$.

Essayez d'en déduire un intervalle de valeurs sur la mesure de TS/TL par Aristarque.

6 - La valeur correcte est en fait $\theta = 89,86^\circ$. Que vaut TS/TL ? Est-ce compatible avec la mesure d'Aristarque?



II Régressions linéaires

1 - On souhaite vérifier la loi de Descartes pour une lentille mince de focale inconnue : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$. On effectue des mesures de la longueur $\overline{OA'}$ pour différentes valeurs de \overline{OA} , et on obtient un tableau de mesures :

\overline{OA}	...				
$\overline{OA'}$...				

Que faut-il poser pour x et y pour mettre la loi à vérifier sous la forme $y = a_{\text{théo}}x + b_{\text{théo}}$? Que valent alors $a_{\text{théo}}$ et $b_{\text{théo}}$?

2 - On souhaite vérifier la loi de Descartes de la réfraction : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. A priori on ne connaît pas n_1 et n_2 .

Expérimentalement, pour plusieurs angles d'incidence i_1 , on mesure l'angle réfracté i_2 , et on obtient un tableau de mesures :

i_1	...				
i_2	...				

Que faut-il poser pour x et y pour mettre la loi à vérifier sous la forme $y = a_{\text{théo}}x + b_{\text{théo}}$? Que valent alors $a_{\text{théo}}$ et $b_{\text{théo}}$?

- 3** - On souhaite vérifier que la vitesse du son dans l'air est bien proportionnelle à la racine carrée de la température comme prédit par la théorie : $c_s = \alpha\sqrt{T}$, avec α une constante, qui vaut théoriquement 20,05 USI (unités SI) pour l'air. On effectue des mesures de la vitesse du son c_s pour différentes températures T :

c_s (m/s)	310	325	331	345	355
T (K)	240	260	280	300	320

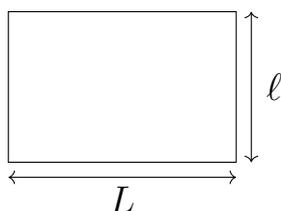
Que faut-il poser pour x et y pour mettre la loi à vérifier sous la forme $y = a_{\text{théo}}x + b_{\text{théo}}$? Que valent alors $a_{\text{théo}}$ et $b_{\text{théo}}$?

À l'aide de votre calculatrice, vérifier si ces données expérimentales sont en accord avec la loi théorique $c_s = 20,05\sqrt{T}$ (T en K, c_s en m/s).

III Mesure des caractéristiques d'un champ agricole

Comme d'habitude, on ne gardera qu'un seul chiffre significatif sur les incertitudes. Il est donc conseillé d'effectuer tous les calculs en gardant au moins deux chiffres significatifs pour que l'arrondi final soit correct.

Un agriculteur possède un champ rectangulaire (on le supposera parfaitement rectangulaire pour les besoins de l'exercice). Il a besoin d'en connaître le périmètre pour le clôturer et d'en connaître la surface pour savoir quelle quantité de fumier épandre sur ses cultures.



Pour cela, il réalise la mesure des deux côtés l et L à l'aide d'une roue de géomètre (entre les deux extrémités de la longueur à mesurer, on fait rouler la roue, de diamètre calibré et reliée à un système électronique qui détermine le nombre de tours effectués et affiche alors la distance). D'après le fabricant de la roue, le résultat de la mesure de la distance d , affiché sur le cadran, est précis au décimètre près. Autrement dit, on prendra une incertitude-type $u(d) = 1$ dm sur une mesure de d lorsque la mesure est répétable.

Après avoir fait un premier passage pour mesurer l , l'agriculteur (qui est aussi physicien) décide d'en faire un second et se rend compte que les résultats de mesures ne sont pas identiques et que l'écart entre les deux est largement plus grand que $u(d)$. Il attribue cela

au fait que le bord de son terrain n'est pas parfaitement plat mais constitué de creux et de bosses formés par les mottes de terre.

Il effectue alors 10 mesures successives de ℓ et obtient les résultats suivants :

ℓ en m	75,8	74,4	75,4	74,5	74,9	75,0	73,3	76,8	75,2	74,8
-------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

L'agriculteur note alors comme résultat de mesure de ℓ :

$$\ell = (75,0 \pm 0,3) \text{ m}$$

- 1 - Expliquer brièvement comment l'agriculteur a obtenu ce résultat à partir de ses 10 mesures.
- 2 - Que se passerait-il en augmentant le nombre de mesures effectuées ?
- 3 - L'agriculteur fait la même chose pour le côté le plus grand de son champ et obtient :

$$L = (100,4 \pm 0,4) \text{ m}$$

Déterminer le périmètre P du champ et son incertitude-type $u(P)$.

- 4 - Déterminer la surface S du champ et son incertitude-type $u(S)$.
- 5 - Lorsque l'agriculteur a acheté ce champ, le vendeur a affirmé que sa surface valait 7600 m^2 . Cette valeur est-elle compatible avec celle mesurée ?