

Phénomènes d'interférence

① Interférences avec des ondes acoustiques ou mécaniques

1 - Principe de superposition
 $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$

constructif si en phase
destructif si en opposition

2 - Condition sur le déphasage

différence de marche en M : $\delta = r_1 - r_2$
 déphasage en M : $\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$

$\Delta\varphi = 2n\pi \Leftrightarrow \delta = n\lambda$
 $\Delta\varphi = \pi + 2n\pi \Leftrightarrow \delta = \lambda/2 + n\lambda$

3 - Expression de l'onde résultante
 calcul de l'amplitude de $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$
 dans le cas simple

Ce qu'il faut connaître

_____ (cours : I)

- ₁ Quand dit-on que les interférences sont constructives ? Destructives ?

Donner la condition sur le déphasage $\Delta\varphi$, entre les deux ondes au point M , pour avoir chacun des cas.

Donner également la condition sur la différence de marche $\delta = r_1 - r_2$.

Ce qu'il faut savoir faire

_____ (cours : I)

- ₂ Exprimer des conditions d'interférences constructives ou destructives. →

EC1

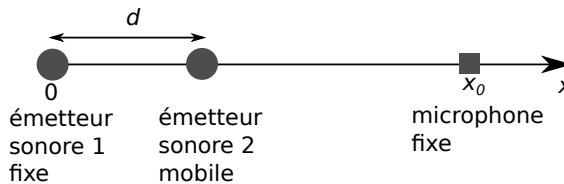
- ₃ Exprimer l'amplitude de l'onde résultante en un point en fonction du déphasage →

EC2

Exercices de cours

EC 1 – Conditions d'interférences constructives ou destructives

On considère le dispositif suivant. On suppose que l'émetteur 2 est de taille suffisamment petite pour ne pas avoir d'influence sur le signal émis par l'émetteur 1. Chaque émetteur envoie une onde progressive sinusoïdale de même fréquence et de phase à l'origine nulle.



- 1 - Rappeler les conditions d'interférence destructive et constructive en terme de déphasage entre les deux signaux.
- 2 - Lorsque $d = 0$, qu'enregistre-t-on au niveau du microphone ?
- 3 - On part de $d = 0$, et on augmente d jusqu'à ce que le signal enregistré soit nul. Ceci se produit pour $d = 6,0$ cm. Expliquer pourquoi il y a cette extinction.
En déduire la longueur d'onde du son émis.

Correction :

- 1 - ★ Interférences constructives lorsque les deux signaux sont en phase : $\Delta\phi = 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.
($r_1 =$ distance entre émetteur 1 et micro ; $r_2 =$ distance entre émetteur 2 et micro)
★ Interférences destructives lorsque les deux signaux sont en opposition de phase : $\Delta\phi = \pi + 2p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$, ou de façon équivalente $r_1 - r_2 = \lambda/2 + p\lambda$, $p \in \mathbb{Z}$.
- 2 - Pour $d = 0$ les deux émetteurs sont au même endroit, donc la distance r_1 entre émetteur 1 et récepteur est égale à la distance r_2 entre émetteur 2 et récepteur.
On a donc $r_1 - r_2 = 0$, les ondes arrivent en phase, et les interférences sont constructives : on reçoit donc bien un signal, deux fois plus fort que pour un seul émetteur.
- 3 - À mesure qu'on décale l'émetteur 2, le déphasage des deux ondes qui arrivent en x_0 augmente. Il arrive un moment où ce déphasage est tel que les deux ondes sont en opposition de phase : il y a alors interférences destructives et extinction du signal.

Ceci se produit lorsque $|r_1 - r_2| = \frac{\lambda}{2}$, donc $d = \frac{\lambda}{2}$, donc $\lambda = 2d = 12,0$ cm.

EC 2 – Expression de l'amplitude résultant d'interférences

On considère deux sources qui émettent deux ondes progressives sinusoïdales, de même pulsation ω . On note $r_1 =$ distance S_1M et $r_2 =$ distance S_2M .

Pour simplifier les calculs, on considère que les amplitudes de s_1 et s_2 sont identiques. On a donc au point M :

$$s_1(M,t) = A_0 \cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_0 \cos(\omega t - kr_2).$$

On donne la formule $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

- 1 - Exprimer le signal total $s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$ au point M .
On le mettra sous la forme $s(M,t) = A \cos(\omega t + \varphi_0)$. On donnera l'expression de l'amplitude A obtenue, en fonction de A_0 , λ et de $\delta = r_2 - r_1$.
- 2 - Vérifier que les interférences sont destructives lorsque $\delta = n\lambda + \lambda/2$, $n \in \mathbb{Z}$.
- 3 - De même, vérifier que les interférences sont constructives lorsque $\delta = n\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$.

On rappelle que $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$,
que $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi \times n$, $n \in \mathbb{Z}$,
et que $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + 2\pi \times n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Correction :

1 - Au point M , le signal reçu est :

$$\begin{aligned} s(M,t) &= s_1(M,t) + s_2(M,t) \\ &= A_0 \cos(\omega t - kr_1) + A_0 \cos(\omega t - kr_2) \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{\omega t - kr_1 + \omega t - kr_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega t - kr_1 - \omega t + kr_2}{2}\right) \\ &= 2A_0 \cos\left(\omega t + k \frac{r_1 + r_2}{2}\right) \cos\left(k \frac{r_2 - r_1}{2}\right) \\ &= \underbrace{2A_0 \cos\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)}_{\text{amplitude}} \times \cos\left(\omega t + k \frac{r_1 + r_2}{2}\right). \end{aligned}$$

Remarque : si les amplitudes A_1 et A_2 des deux ondes ne sont pas les mêmes, alors un calcul plus long montre que l'amplitude du signal $s(M,t)$ s'écrit : $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(k(r_2 - r_1))}$.

2 - Supposons que $\delta = n\lambda + \lambda/2$, $n \in \mathbb{Z}$.

On a alors : $A = 2A_0 \cos\left(\frac{\pi(n\lambda + \lambda/2)}{\lambda}\right) = 2A_0 \cos(\pi/2 + n\pi) = 0$, c'est bien destructif.

3 - Supposons que $\delta = n\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$.

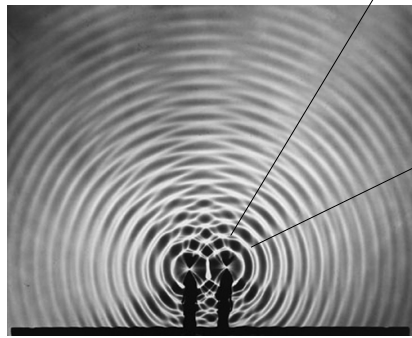
On a alors : $A = 2A_0 \cos\left(\frac{\pi n\lambda}{\lambda}\right) = 2A_0 \cos(n\pi) = \pm 1$, c'est bien constructif.

I – Interférences avec des ondes mécaniques ou acoustiques

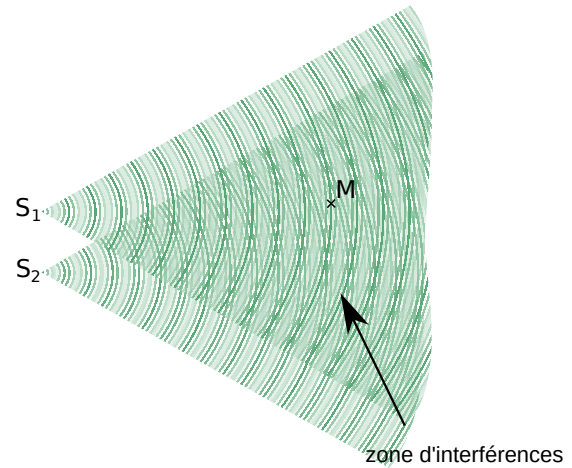
Interférences = superposition d'onde.

1 – Principe de superposition

● Exemples d'observations :

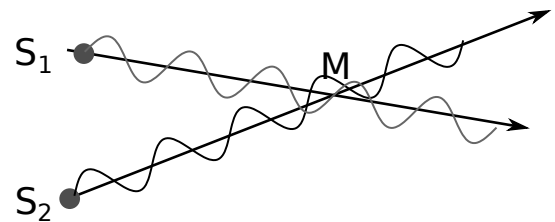


Interférences entre deux ondes sphériques produites par deux vibreurs à la surface de l'eau.



● Idée derrière les interférences :

- Source S_1 qui produit une onde $s_1(M,t)$ (valeur au point M à l'instant t).
- Source S_2 qui produit une onde $s_2(M,t)$ (valeur au même point M , instant t).



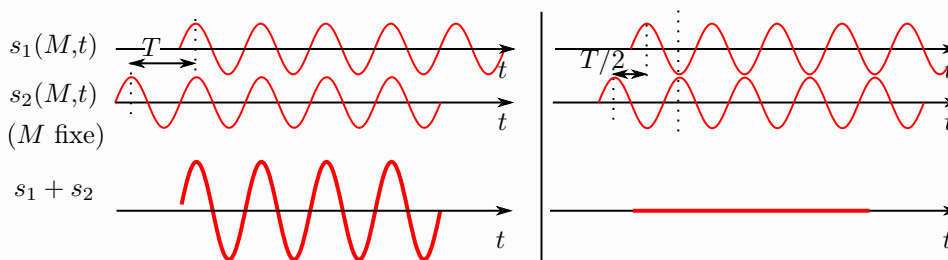
⇒ l'onde totale au point M est : $s_{\text{tot}}(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$.

(voir aussi animation 2 site classe)

Définition de destructif/constructif

- Si les ondes s_1 et s_2 sont **en phase** au point M (maximales en même temps, ou minimales en même temps), alors l'amplitude s_{tot} est importante.
 - On dit que les interférences sont **constructives**.
- Si les ondes s_1 et s_2 sont en **opposition de phase** au point M (l'une est maximale et l'autre minimale), alors l'amplitude s_{tot} est faible.
 - On dit que les interférences sont **destructives**.

Enregistrement au point M :



Attention : tout ceci n'a un sens que si s_1 et s_2 sont de **même période** (ou fréquence, ou pulsation).

Remarque : Sur le schéma de droite ci-dessus, l'amplitude totale est nulle car s_1 et s_2 ont la même amplitude. Si ce n'est pas le cas, $s_1 + s_2$ ne sera pas d'amplitude nulle, mais faible (et on dit aussi que les interférences sont destructives).

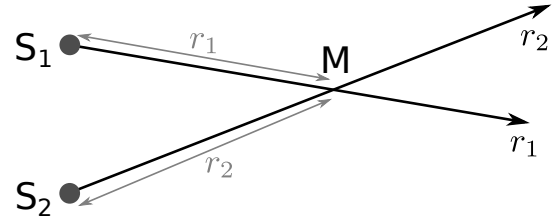
Observations d'interférences ?

- séismes, marées,
- casque antibruit,
- optique.

2 – Condition sur le déphasage entre les deux ondes

On considère deux sources S_1 et S_2 qui émettent des ondes progressives sinusoïdales avec la même période $T = 2\pi/\omega$. On prend une même phase à l'origine $\varphi_0 = 0$.

- Soit M un point d'observation.
- On note r_1 l'axe entre S_1 et M , et r_2 l'axe entre S_2 et M .
- On a donc $r_1 = \text{distance } S_1M$ et $r_2 = \text{distance } S_2M$.



~>1 Rappel : une onde progressive sinusoïdale est du type “ $s_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$ ”. Comment peut-on écrire l'onde émise par S_1 avec les notations introduites ? Et celle émise par S_2 ?

$$s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - kr_1) \quad \text{et} \quad s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - kr_2).$$

Définition : déphasage et différence de marche

- ▶ Au point M , le signal 1 est $s_1(M,t) = A_1 \cos(\omega t - kr_1)$.
La phase à l'origine de ce signal temporel est : $\varphi_1 = -kr_1$
- ▶ Au point M , le signal 2 est $s_2(M,t) = A_2 \cos(\omega t - kr_2)$.
La phase à l'origine de ce signal temporel est : $\varphi_2 = -kr_2$

On définit :

- ▶ Le **déphasage** entre les deux ondes au point M : $\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1$.

On a donc aussi $\Delta\varphi(M) = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$.

- ▶ La **différence de marche** entre les deux ondes au point M : $\delta(M) = r_1 - r_2$.

Nous allons traduire les conditions d'interférences destructives ou constructives sur la valeur de $\Delta\varphi$ et de δ .

↪₂ **Cas 1 : interférences constructives**, donc ondes s_1 et s_2 en phase au point M (max ou min en même temps)

$$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = \cos(\omega t - kr_2)$$

$$\Leftrightarrow \omega t - kr_2 = \omega t - kr_1 + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow r_1 - r_2 = \frac{2n\pi}{k}, \text{ soit } \delta(M) = n \times \lambda.$$

↪₃ **Cas 2 : interférences destructives**, donc ondes s_1 et s_2 en opposition de phase au point M (l'une max lorsque l'autre est min)

$$\Leftrightarrow \cos(\omega t - kr_1) = -\cos(\omega t - kr_2)$$

$$\Leftrightarrow \omega t - kr_2 = \omega t - kr_1 + \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow r_1 - r_2 = \frac{\pi}{k} + \frac{2n\pi}{k}, \text{ soit } \delta(M) = \frac{\lambda}{2} + n \times \lambda.$$

Bilan

- ▶ Interférences constructives \Leftrightarrow différence de phase $\Delta\varphi = 2n\pi \Leftrightarrow \delta = r_1 - r_2 = n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.

- ▶ Interférences destructives \Leftrightarrow différence de phase $\Delta\varphi = \pi + 2n\pi \Leftrightarrow \delta = r_1 - r_2 = \frac{\lambda}{2} + n\lambda \quad (n \in \mathbb{Z})$.

On retrouve ce qu'on a annoncé dans le 1/. Se souvenir que c'est logique : en phase \Leftrightarrow décalage d'une période donc d'un nombre entier de fois λ , ou encore égalité de ce qui est dans le cos à 2π près. En opposition de phase \Leftrightarrow décalage d'une demi-période donc de $\lambda/2$, ou encore différence de π pour ce qui est dans les cosinus.

↪₄ Faire l'**EC1**.

3 – Expression de l'amplitude de l'onde résultante

Ci-dessus, on a obtenu des conditions pour avoir une amplitude minimale (destructif) ou maximale (constructif) en M . Mais que vaut l'amplitude en M dans les cas intermédiaires (ni constructifs ni destructifs) ?

↪₅ Faire l'**EC2**.