

TP 7 : chute d'une bille dans un fluide visqueux

Matériel (par groupe) : éprouvette graduée en verre de 250 mL remplie de glycérol (depuis au moins 2h), pied à coulisse, billes d'acier de petit rayon ($R = 2\text{ mm}$) et d'autres de diverses tailles, chronomètre, aimants néodyme pour récupérer les billes sans vider l'éprouvette.

Objectif : la viscosité est une grandeur qui caractérise un fluide et qui rend compte de sa capacité à résister à sa mise en mouvement. Nous allons étudier ici un protocole qui permet de mesurer cette grandeur : l'exploitation de la chute d'une bille dans le liquide.

I Côté théorie

Nous avons traité le cas de la chute libre d'un objet dans un fluide dans le cours. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la bille montre que l'équation différentielle portant sur la vitesse \vec{v} est : $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{P} + \vec{\Pi} - \lambda \vec{v}$, avec les forces s'exerçant sur la bille :

- $\vec{\Pi}$ la poussée d'Archimède
- \vec{P} le poids
- $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$ la force de frottement, avec l'expression théorique $\lambda = 6\pi\eta R$ où R est le rayon de la bille et η la viscosité du fluide. Cette expression est valable pour des vitesses assez faibles (écoulement dit laminaire autour de la bille, c'est à dire pas trop agité), et lorsque la bille est assez loin des bords du récipient ou du fond (à au moins 5 cm du fond).

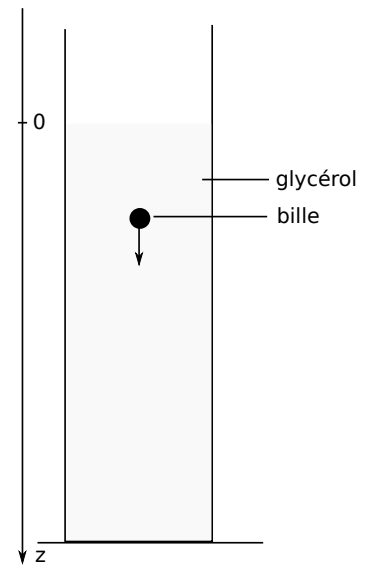
1 - Exprimer chacune des forces en fonction de \vec{e}_z , R (rayon de la bille), ρ_f (masse volumique du fluide), ρ_b (masse volumique de la bille), η , g .

Montrer alors que l'on a, en notant $\vec{v} = v\vec{e}_z$:

$$m \frac{dv}{dt} + 6\pi\eta R v = \frac{4}{3}\pi g R^3 (\rho_b - \rho_f).$$

En déduire que l'expression de la vitesse limite atteinte par la bille est

$$v_{\text{lim}} = \frac{2}{9} \frac{g R^2}{\eta} (\rho_b - \rho_f).$$



II Première expérience : mesure de la viscosité _____

L'éprouvette devant vous contient du glycérol. On souhaite exploiter les résultats théoriques ci-dessus afin de mesurer sa viscosité η .

2 - On admet pour l'instant que la vitesse limite est atteinte en moins de 5 cm (vous pouvez le démontrer s'il vous reste du temps à la fin). Mettre au point un protocole qui permet de mesurer cette vitesse de chute.

On réalisera une dizaine de fois la mesure.

On utilisera uniquement les plus petites billes, dont le rayon est de 2 mm.

Pour ne pas mettre de glycérol partout, on utilisera un **aimant** pour ramener les billes vers la surface.

3 - Vous avez donc obtenu une série de 10 valeurs de la vitesse limite. Calculer la moyenne de cette série de mesure.

4 - En déduire une valeur de la viscosité du fluide (réfléchir à l'unité).

Conclure : est-ce une valeur raisonnable (cf ci-dessous).

Données : densité du glycérol : $d_f = 1,26$; densité de l'acier : $d = 7,6$, rayon des billes : $R = 2$ mm. La viscosité du glycérol dépend de la température et de son hydratation, elle varie entre $0,5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ou moins s'il est hydraté et $1,5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ s'il est pur à 20°C .

III Seconde expérience : exploitation d'un enregistrement vidéo

On dispose d'un enregistrement vidéo de la chute d'une bille dans de l'huile.

Ouvrir le notebook d307-922215 sur Capytale (dans l'ENT, utiliser Chrome).

Données : densité de l'huile : $d_f = 0,920$; densité de l'acier : $d = 7,6$, rayon de la bille : $R = 5$ mm, durée entre deux images : $\Delta t = 1/50$ s, 242 mm entre les graduations 50 mL et 500 mL. source vidéo : http://www.spc.ac-aix-marseille.fr/phy_chi/Menu/Video/Tableau/Presentation.htm

Un logiciel de pointage permet de relever les positions z du centre de la bille à chaque image, mesurées à partir de la surface de l'eau. On a saisi ces positions (mises à l'échelle) dans le script Python. Ce script construit ensuite une liste `t_exp` contenant les instants qui correspondent à chaque image, et une liste `v_exp` qui contient la vitesse de la bille (calculée à partir des z) pour chaque instant. Puis il affiche le graphique de `v_exp` en fonction de `t_exp`.



5 - Exécuter le premier bloc de script, qui permet d'afficher `v_exp`.

On propose ensuite de tester deux modèles : une force proportionnelle à $-v\vec{e}_z$, l'autre à $-\vec{v}^2\vec{e}_z$.

Modèle 1 : force en v

Dans ce modèle, l'équation du mouvement peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau}. \quad (1)$$

6 - Utiliser le graphique de `v_exp` pour en déduire une valeur approchée de v_{lim} et de τ .

La partie 2 du script Python implémente une méthode d'Euler pour résoudre cette équation différentielle.

7 - Lire le code et le comprendre. Compléter le code aux endroits indiqués. Ceci doit aboutir à un tracé de la solution théorique de l'équation 1, obtenue par la méthode d'Euler.

Cette solution est-elle proche de la courbe expérimentale ?

Modèle 2 : force en v^2

Dans ce modèle, l'équation du mouvement peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + a \times v^2 = a \times v_{\text{lim}}^2, \quad (2)$$

avec a un paramètre inconnu. La partie 3 du script Python implémente une méthode d'Euler pour résoudre cette équation différentielle.

- 8 - Lire le code et le comprendre. Compléter le code aux endroits indiqués. Ceci doit aboutir à un tracé de la solution théorique de l'équation 2, obtenue par la méthode d'Euler.
- 9 - La valeur assignée à a est d'environ 10 m^{-1} car ceci donne une courbe proche de la courbe expérimentale. Ajuster cette valeur pour obtenir la meilleure courbe possible (essayer 11, 10, 9, 8).
- 10 - Conclure : quel modèle de force semble-t-il le plus adéquat pour décrire les données expérimentales ?

IV Compléments (si temps)

On revient sur la partie II.

- 11 - Il faudrait valider l'hypothèse d'une vitesse limite atteinte en moins de 5 cm évoquée à la question 2. Calculer le temps théorique au bout duquel la solution de l'équation différentielle sur v atteint 95% de la valeur limite. Conclusion ?
- 12 - À la question 4 vous avez obtenu une valeur de la viscosité du glycérol utilisé. Il serait souhaitable de connaître la précision de cette mesure, c'est-à-dire de calculer son incertitude-type $u(\eta)$.

Utiliser la fiche de début d'année sur les incertitudes pour estimer la valeur de l'incertitude-type sur votre mesure de la vitesse (à partir de la série des 10 mesures de vitesses).

En déduire ensuite l'incertitude-type $u(\eta)$ sur votre valeur de η .