**Partie I : Électronique**
**Rappels de 1re année**

# Correction – DM 1 – électronique / filtrage

Extrait du sujet de concours PT 2015.

## I Étude d'un bloc filtre

**1** – On raisonne d'abord directement sur $\underline{H}$, puis on prendra ensuite le module et on calculera le gain. C'est plus simple que de calculer le gain dans le cas général puis de prendre la limite.

▶ En basse fréquence, on a $x \to 0$, donc $1/x$ tend vers l'infini et devient très grand devant tous les autres termes du dénominateur : on néglige ces derniers et on a $\underline{H} \sim \dfrac{A_0}{-\mathrm{j}Q\frac{1}{x}} = \dfrac{\mathrm{j}A_0 x}{Q}$.

Le gain est donc $G_{\mathrm{dB}} \simeq 20\log\left|\dfrac{\mathrm{j}A_0x}{Q}\right| = 20\log\dfrac{A_0x}{Q}$, soit $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{x\to 0}{\sim} 20\,\log\dfrac{A_0}{Q} + 20\log x.}$

Dans le diagramme de Bode qui donne $G$ en fonction de $\log x$, l'asymptote est donc une droite de pente $+20$ (on dit aussi que la pente est de $+20$ décibels par décade ou dB/décade) et d'ordonnée à l'origine $20\,\log\dfrac{A_0}{Q} = -48\,\mathrm{dB}$ avec les données de l'énoncé.

▶ En hautes fréquences, on a $x \to +\infty$. Au dénominateur, le terme dominant devient $x$, et on néglige les autres devant lui. On a donc $\underline{H} \sim \dfrac{A_0}{\mathrm{j}Qx}$.

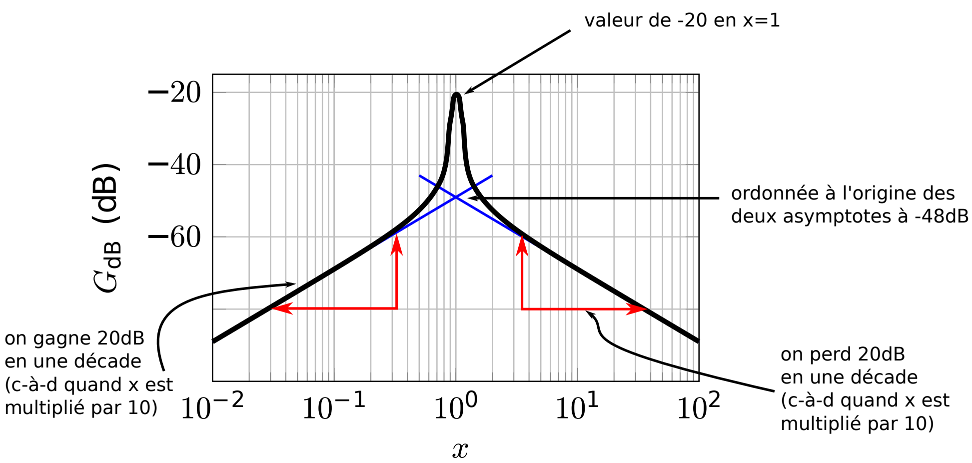
Le gain est donc : $G_{\mathrm{dB}} \simeq 20\log\left|\dfrac{A_0}{\mathrm{j}Qx}\right| = 20\log\dfrac{A_0}{Qx} = 20\log\dfrac{A_0}{Q} - 20\log x$, soit $\boxed{G_{\mathrm{dB}} \underset{x\to+\infty}{\sim} 20\,\log\dfrac{A_0}{Q} - 20\log x.}$

L'asymptote est donc une droite de pente -20 dB/décade et d'ordonnée à l'origine $20\,\log\dfrac{A_0}{Q} = -48\,\mathrm{dB}$.

**2** – On veut une représentation schématique (pas un tracé avec un logiciel). On trace donc les deux asymptotes.

On place également le point en $x = 1$ (c'est-à-dire en $\omega = \omega_0$) : on a alors $\underline{H} = A_0$ et donc $G_{\mathrm{dB}} = 20\,\log A_0 = -20$.

Puis on trace approximativement l'allure.




**3** – Il s'agit d'un filtre passe-bande, car il coupe à la fois les basses et les hautes fréquences.

**4.a** – Dans cette question, il faut reprendre le schéma du circuit et calculer $\underline{H} = \underline{u}_2/\underline{u}_1$. Le principe du calcul est simple : on peut appliquer un diviseur de tension entre $\underline{u}_2$ et $\underline{u}_1$, à condition d'assimiler l'ensemble {résistance $R$ + bobine + condensateur} à une seule impédance équivalente $Z_{\mathrm{eq}}$.

On a :

$$\frac{1}{Z_{\mathrm{eq}}} \quad = \quad \frac{1}{R} + \frac{1}{\mathrm{j}L\omega} + \frac{1}{1/(\mathrm{j}C\omega)} \quad = \quad \frac{1}{R} + \frac{1}{\mathrm{j}L\omega} + \mathrm{j}C\omega. \tag{1}$$

Le diviseur de tension donne :

$$\begin{aligned} \underline{u}_2 &= \underline{u}_1 \times \frac{Z_{\mathrm{eq}}}{R_0 + Z_{\mathrm{eq}}} \\ \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} &= \frac{1}{\frac{R_0}{Z_{\mathrm{eq}}} + 1} \\ \underline{H} &= \frac{1}{R_0 \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{\mathrm{j}L\omega} + \mathrm{j}C\omega \right) + 1} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{1}{\frac{-\mathrm{j}R_0}{L\omega} + \mathrm{j}R_0 C\omega + 1 + \frac{R_0}{R}}} \tag{3}$$

**4.b** – On veut aboutir à quelque chose de la forme suivante :

$$\underline{H} = \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}Q \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad = \quad \frac{A_0}{1 + \mathrm{j}Q \left( \sqrt{LC}\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}\omega} \right)}$$

car on sait (d'après l'énoncé) que $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Il faut donc d'abord qu'au dénominateur, le coefficient qui n'est ni devant $\omega$ ni devant $1/\omega$ soit égal à 1. On divise donc partout notre expression 3 par $1 + \frac{R_0}{R}$ :

$$\begin{aligned} \underline{H} &= \frac{\frac{1}{1+R_0/R}}{\frac{1}{1+R_0/R} \left( \frac{-\mathrm{j}R_0}{L\omega} + \mathrm{j}R_0 C\omega \right) + 1} \\ &= \frac{\frac{1}{1+R_0/R}}{\mathrm{j}\, \frac{R_0}{1+R_0/R} \left( C\omega - \frac{1}{L\omega} \right) + 1}. \end{aligned} \tag{4}$$

On a donc déjà $\boxed{A_0 = \frac{1}{1 + R_0/R}}$.

Ensuite, on impose par exemple l'égalité du facteur devant $\omega$ : on doit avoir $\mathrm{j}Q\sqrt{LC} = \mathrm{j}\frac{R_0 C}{1 + R_0/R}$, d'où l'on déduit que :

$$\boxed{Q = \sqrt{\frac{C}{L}}\, \frac{R_0}{1 + R_0/R}.} \tag{5}$$